

III tura zadań

Zadanie 1.

(Zadanie zaproponowane przez Instytut Matematyki Politechniki Śląskiej)

Leonardo z Pizy, znany później pod pseudonimem Fibonacci, w swoim dziele *Liber abaci* (tytuł tłumaczony jest współcześnie jako *Księga liczydła* lub *Księga rachunków*) z 1202 roku opisuje pewien ciąg liczb:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, ...

Oznaczmy je poprzez

$$f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, \dots$$

Później zauważono, że liczby te mają następujące dwie własności:

$$\begin{aligned} f_2 + f_4 + \dots + f_{2n} &= f_{2n+1} - 1 \\ f_1 + f_3 + \dots + f_{2n-1} &= f_{2n} \end{aligned} \text{ dla dowolnej liczby naturalnej } n.$$

Pokaż, że prawdziwy jest wzór: $f_1 + f_2 + \dots + f_n = f_{n+2} - 1$

Zadanie 2.

Udowodnij, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b, c prawdziwe jest, że

$$(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc.$$

Zadanie 3.

Wyznacz wzór funkcji liniowej f , wiedząc, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwe są zależności: $f(4x-2) = 4f(x+3) \wedge f(3x-1) = 2f(x+0,5)$.

Zadanie 4.

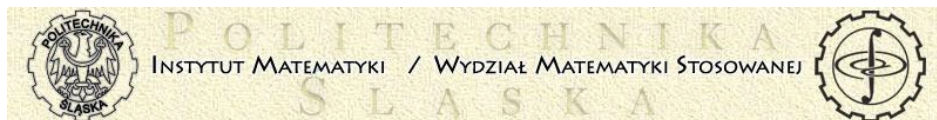
W trójkącie ABC , punkty M, N są rzutami prostokątnymi wierzchołka C na dwusieczne kątów zewnętrznych przy wierzchołkach A i B . Wykaż, że długość odcinka MN równa jest połowie obwodu trójkąta ABC .

Treści zadań o numerach 2, 3, 4 za zgodą Wydawnictwa Pedagogicznego "OPERON"

I Liceum Ogólnokształcące
im. Edwarda Dembowskiego
w Gliwicach



**POTYCZKI
MATEMATYCZNE**



Przypominamy!!!

- Rozwiązanie każdego zadania należy przedstawić na **osobnej kartce A-4**.
- Każda kartka powinna być podpisana **imieniem i nazwiskiem**.
- Prosimy o **niezsywanie** kartek z rozwiązaniami.
- Uczniowie rozpoczynający udział w konkursie zobowiązani są dołączyć do rozwiązań **zgłoszenie**.

Wzór zgłoszenia oraz inne informacje na stronie: www.zso10.gliwice.pl/math

Adres kontaktowy: konkurs@zso10.gliwice.pl

ZADANIA III TURU NALEŻY ROZWIĄZAĆ DO 29 lutego 2012r.

Rozwiązania należy dostarczyć do sekretariatu I Liceum Ogólnokształcącego w Gliwicach
ul. Zimnej Wody 8.